



МОСКОВСКИЙ СРЕДНИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ИМЕНИ С.П.СЕРГЕЕВА

ПРОЧНОСТЬ,
УСТОЙЧИВОСТЬ
И КОЛЕБАНИЯ
ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Тематический сборник научных трудов института

МОСКВА 1981

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
П л и х у н о в В.В. К расчету на прочность пластинчатых элементов конструкции.....	6
Ж е к о в К.А. Расчет конструкций, приводящихся к изгибу пластин на упругом основании, имеющем вырез.....	10
Р а ф а и л о в А.Г., К о с т р и ч е н к о А.Б., У г н е н к о И.Г. Использование метода конечных элементов в анализе несущей способности элементов конструкций типа подкрепленных пластин, ослабленных отверстием.....	15
Л у р ь е С.А. Об изгибе пластин, частично защемленных по краю.....	20
М а т ю ш е в Ю.С., Ш к л я р ч у к Ф.Н. Уравнения тонкостенного кругового шпангоута.....	24
Б у л ы ч е в Л.А. Расчет на прочность регулярного шпангоута переменной жесткости.....	28
А н т у ф ь е в Б.А. К расчету оболочечной конструкции, находящейся под действием локальных температурных полей.....	32
М о р о з о в В.С. О бифуркации напряженного состояния локально нагретой оболочечной конструкции.....	36
В л а с о в В.В., Б о к у ч а в а М.Б. Расчет цилиндрических оболочечных конструкций на сосредоточенные нормальные нагрузки, передающиеся через упругий шпангоут.....	40
К у з ь м и н В.В. К расчету на прочность конических отсеков корпуса.....	45
Д у д ч е н к о А.А., И н ф л я н с к а с В.В. Об определении остаточных напряжений и деформаций в элементах конструкции, выполненных из композиционного материала с металлической матрицей.....	51

Е л п а т ь е в с к и й А.Н., Б е л о в П.А. Расчет подкрепленных панелей со стрингерами, усиленными жгутами из высокомодульного материала.....	55
К о н о в а л о в Б.А, С в е р д л о в А.И. Несущая способность корпуса, выполненного из композиционного материала и имеющего дефект.....	59
К а п л у н А.Б., М е л ь н и к о в Б.Е. Акустическая эмиссия и кинетика роста трещин в элементах конструкций из алюминиевого сплава 1201.....	63
С м о л ь с к и й В.М. К оценке времени до разрушения элемента конструкции при нецентрированном случайном нагружении	69
М о в ч а н А.А. О расчете на ресурс элементов конструк- ций, подверженных малоцикловоу деформированию со сдвигом фаз	72
М и х е е в Р.А. К вопросу оптимизации розеток тензо- резисторов, используемых при экспериментальных исследованиях	76
Д в о р н и к о в А.Г. Оценка влияния погрешностей нагружения на определение напряжений в натуральных конструкциях	80

РАСЧЕТ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ПАНЕЛЕЙ
СО СТРИНГЕРАМИ, УСИЛЕННЫМИ ЖУТАМИ ИЗ ВЫСОКОМОДУЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

В работе рассматривается вопрос оптимального проектирования панели крыла, подкрепленной стержнями открытого профиля со жгутами из высокомодульного материала (ВКМ) (рис.1), работающей на сжатие. Допускается местная потеря устойчивости обшивки панели.

В этом случае расчетные параметры панели будут определяться из задачи прочности и задач устойчивости, которых может быть три: общая потеря устойчивости панели, крутильная форма потери устойчивости стрингера (рис.2) и местная потеря устойчивости стенки стрингера как пластинки.

Общая потеря устойчивости панели хорошо изучена [1], [2] и не рассматривается. Крутильная форма потери устойчивости стрингера обладает особенностью, связанной с тем, что подкрепляющая стрингер обшивка панели фиксирует ось его вращения. Поэтому простейшей расчетной схемой стрингера, способной описать кручение с фиксированной осью вращения, является тонкостенный стержень с учетом его деформации сдвига. За расчетную схему местной потери устойчивости стенки стрингера берется пластинка, шарнирно опертая по "несмещаемым" ребрам, так как моментами, действующими со стороны стрингера и обшивки панели, можно пренебречь.

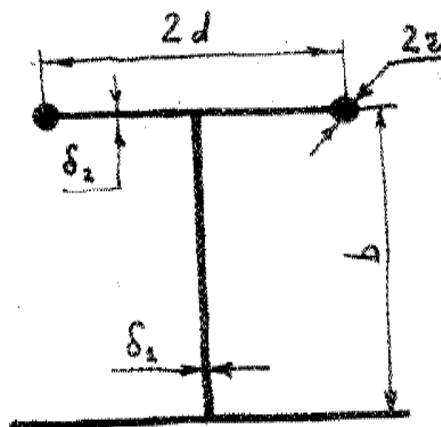


Рис.1

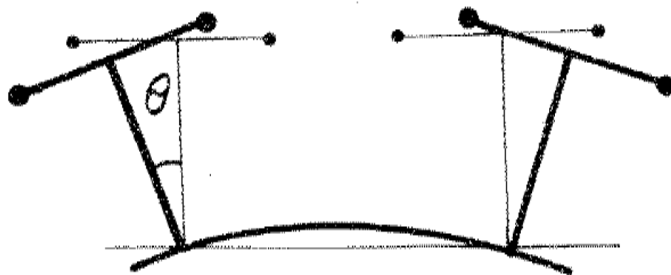


Рис.2

Для изучения этих форм используется общий вариационный метод В.З. Власова [2]. За основные неизвестные принимаются: осевое перемещение $U(x, s)$, контурное перемещение $V(x, s)$ и местные прогибы $W(x, s)$. Перемещения определяются в виде

$$\begin{cases} U(x, s) = U(x) \varphi(s); \\ V(x, s) = V(x) \psi(s); \\ W(x, s) = W(x) \chi(s), \end{cases} \quad (1)$$

где $U(x)$, $V(x)$ и $W(x)$ — искомые функции деформации, кручения и местных прогибов; $\varphi(s)$, $\psi(s)$ и $\chi(s)$ — соответствующие выбираемые функции распределения перемещений.

Далее, в рамках общего вариационного метода В.З. Власова используются две модели: модель плоского напряженного состояния и модель с несмещаемыми ребрами.

В первой модели принимается постоянное по толщине пластин распределение напряжений, следствием чего является недеформируемость контура поперечного сечения. Для этой модели уравнения устойчивости имеют вид

$$\begin{aligned} f a_{11} U'' - b_{11} U - c_{11} V' &= 0; \\ c_{11} U' + r_{11} \left(1 - \frac{P}{\sigma F}\right) V'' &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где P — сжимающая стержень сила; F — полная редуцированная по металлу площадь; $\nu = \frac{E}{G}$ — отношение модулей упругости;

$$a_{11} = \int \varphi^2 \delta ds - b^2 d^2 \left(\frac{2\delta_2 d}{3} + 2 \frac{E_*}{E} \alpha r^2 \right) + \frac{\pi b^2 E_*}{2 E} r^4;$$

$$b_{11} = \int (\varphi')^2 \delta ds - 2\delta_2 d b^2 + 2\pi b^2 \frac{G_*}{G} r^2;$$

$$c_{11} = \int \psi \varphi' \delta ds = -b_{11};$$

$$r_{11} = \int \psi^2 \delta ds = b_{11};$$

E_* , G_* , r — модули и радиус жгута.

Чтобы учесть деформируемость поперечного сечения стержня, привлекается модель с несмещаемыми ребрами [2]. Согласно этой модели, линии соединения пластин, составляющие стержень, фиксируются в положениях, занимаемых в соответствии с уравнениями равновесия стержня с недеформируемым контуром. После фиксации ребер стержня контур поперечного сечения наделяют способностью деформироваться как систему пластинок, шарнирно опертых по "несмещаемым" ребрам.

Для этой модели уравнение устойчивости имеет вид

$$AW'' + (N - 2B)W' + CW = 0, \quad (3)$$

где

$$A = D \int \chi^2 ds - \frac{Db}{2};$$

$$B = D \int (\chi')^2 ds - \frac{\pi^2 D}{2b};$$

$$C = D \int (\chi'')^2 ds - \frac{\pi^4 D}{2b^3};$$

$$N = \frac{P^*}{b} \int \chi^2 ds - \frac{P^*}{2},$$

P^* — сжимающая стенку сила;
 $D = \frac{E\delta_1^5}{12}$ — цилиндрическая жесткость стенки стрингера.

Пусть граничные условия на концах стержня таковы, что решение (2)–(3) в виде

$$U(x) = U_0 \cos \pi n \frac{x}{L}; \quad V(x) = V_0 \sin \pi n \frac{x}{L}; \quad W(x) = W_0 \sin \pi m \frac{x}{L}$$

удовлетворяет всем граничным условиям. Подставляя эти выражения в систему (2)–(3) и приравнявая к нулю определитель получаемой алгебраической системы, можно получить выражения для критических сил на местную потерю устойчивости (МПУ) и на кручение, причем

$$P_{кр \text{ МПУ}} = \frac{\pi^2}{3} EF \left(\frac{\delta_1}{b} \right)^2; \quad (4)$$

$$P_{кр \text{ круч}} = \frac{\pi^2 EF}{L^2} \frac{\left[\frac{\pi}{2} \frac{E_*}{E} r^4 + 2d^2 \left(\frac{\delta_2 d}{3} + \frac{E_*}{E} \pi r^2 \right) \right]}{2 \left(\delta_2 d + \frac{G_*}{G} \pi r^2 \right)}. \quad (5)$$

Из формул (4) и (5) следует, что для длинных стержней ($L \gg d$) определяющей будет крутильная форма потери устойчивости. Сравним ее с общей потерей устойчивости панели. После потери устойчивости обшивки панель будет работать как система стержней с присоединенной к ним работающей частью обшивки. Пусть P — сжимающая каждый стержень сила. Покажем, что при $d=0$ критическая сила на кручение будет ниже, чем критическая сила на общую потерю устойчивости. Действительно, обычно радиус жгута r и высота стенки b выбираются из условий прочности и общей устойчивости, откуда следует, что $2\pi r^2 \frac{E_*}{E} =$ (площади присоединенной обшивки), а центр тяжести редуцированного сечения лежит в середине высоты стенки, откуда

(для $d = 0$)

$$P_{кр\ min}^{одн\ ст\} = \frac{\pi^2}{L^2} \left[E\delta_1 \frac{b^3}{12} + E_* b^2 \pi r^2 + E_* \frac{\pi r^4}{2} \right].$$

Выясним, при каком соотношении $\frac{r}{b}$: $P_{кр\ min}^{одн\ ст\} \geq P_{кр\ min}^{круг}$, т.е.

$$\frac{\pi^2}{L^2} \left[E\delta_1 \frac{b^3}{12} + E_* b^2 \pi r^2 + E_* \frac{\pi r^4}{2} \right] \geq \frac{\pi^2}{L^2} \left(\delta_1 b + \rho \frac{E_* \pi r^2}{E} \right) \frac{E_* G}{4G_*} r^2$$

или

$$\left(\frac{E_* G}{E G_*} - 1 \right) \left(\frac{r}{b} \right)^4 - 2 \left(1 - \frac{G \delta_1}{4 \pi G_* b} \right) \left(\frac{r}{b} \right)^2 - \frac{E \delta_1}{6 \pi E_* b} \leq 0. \quad (6)$$

При $\frac{E_* G}{E G_*} - 1 \leq 0$ неравенство (6) справедливо всегда, а при $\frac{E_* G}{E G_*} - 1 > 0$

$$\left(\frac{r}{b} \right)^2 \leq \frac{\left(1 - \frac{G \delta_1}{4 \pi G_* b} \right) + \sqrt{\left(1 - \frac{G \delta_1}{4 \pi G_* b} \right)^2 + \frac{E \delta_1}{6 \pi E_* b} \left(\frac{E_* G}{E G_*} - 1 \right)}}{\left(\frac{E_* G}{E G_*} - 1 \right)}$$

Пренебрегая членами $\frac{G \delta_1}{4 \pi G_* b}$ и $\frac{E \delta_1}{6 \pi E_* b}$, малыми в сравнении с 1, получаем

$$\left(\frac{r}{b} \right)^2 \leq \frac{2}{\left(\frac{E_* G}{E G_*} - 1 \right)}. \quad (7)$$

Для реальных конструкций $\left(\frac{E_* G}{E G_*} - 1 \right)$ порядка единицы, поэтому при проектировании панели, подкрепленной рассмотренными выше стержнями, не будет реализовываться заложенная в нее цилиндрическая жесткость, так как исчерпание несущей способности панели будет обусловлено крутильной, а не изгибной формой потери устойчивости стрингеров.

Таким образом показано, что требование равной прочности и общей устойчивости не достаточно для проектирования оптимальных панелей. Поэтому для оптимального проектирования панелей, подкрепленных стрингерами открытого профиля со жгутами из ВКМ, необходимо выбирать как минимум T -образные подкрепляющие стержни, обладающие тремя параметрами d, b, r , определяемыми из условий равной прочности и устойчивости по общей и крутильной формам.

ЛИТЕРАТУРА

1. В о л ь м и р А.С. Устойчивость деформированных систем. - М.: Наука, 1967.
2. В л а с о в В.З. Тонкостенные пространственные системы. - М.: Госстройиздат, 1958.